PENGEMBANGAN MODEL SPATIO TEMPORAL DAN APLIKASINYA

Budi Nurani Ruchjana
Departemen Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran
Jl. Raya Bandung Sumedang Km 21 Jatinangor, Suedang 45363
E-mail: budi.nurani@unpad.ac.id

Abstract

Spatio Temporal or Space Time Model is a stochastic processes which indexed by space and time simultaneously. In this paper we studied a development of spatio temporal model especially in Generalized Spatio temporal Autoregressive (GSTAR) model which is developed from Spatio temporal Autoregressive (STAR) model from Pfeifer (1979). STAR and GSTAR models are developed as a univariate time series from Box-Jenkins (1976). GSTAR model is a stationary multivariate time series model, which has an assumption that parameters are vary per location, so it is capable for heterogenous locations characteristic. GSTAR model can be applied for forecasting an observation at the future time based on lag time before and influenced by the observations at surrounding locations. For example of GSTAR model can be used in forecasting of oil production at oil wells at volcanic field Jatibarang, forcasting of tea productivities at several plantations in West Java and forecasting of rainfall at West Java area etc. The stationary GSTAR model can be extend to be GSTAR-X with addition of exogeneous variable, or to be non-stationary model as GSTARI or GSTAR-ARCH and KSTAR-Kriging. To make easier in estimaton of parameters of GSTAR model , we built an interactive software using the script of opensource R software using Ordinary Least Squares (OLS) method. Spatio Temporal Model especially the GSTAR model can be used for recommendation of management in decision making at a certain area.
Keywords: spatio temporal model, GSTAR, GSTAR-X, GSTARI, GSTAR-ARCH, OLS

Abstrak

Model Spatio Temporal atau Model Space Time adalah suatu proses stokastik yang diberi indeks lokasi dan waktu secara simultan. Dalam paper ini dibahas pengembangan model spatio temporal khususnya Model Generalisasi Space Time Autoregresi (GSTAR) yang merupakan pengembangan dari model Space Time Autoregressive (STAR) dari Pfeifer (1979). Model STAR maupun model GSTAR adalah pengembangan dari model time series univariat Autoregresi dari Box-Jenkins (1976) menjadi model time series multivariat. Model GSTAR merupakan model time series stasioner yang dikembangkan dengan asumsi setiap lokasi memiliki parameter yang berbeda dan berlaku untuk karakteristik lokasi yang bersifat heterogen. Model GSTAR dapat diaplikasikan untuk peramalan observasi di waktu mendatang dengan mempertimbangkan pengaruh observasi pada waktu yang lampau dan pengaruh observasi dari tetangga terdekatnya. Sebagai contoh model GSTAR dapat digunakan untuk peramalan produksi minyak bumi di beberapa sumur minyak bumi di Lapangan Volkanik Jatibarang, peramalan produktivitas teh di beberapa perkebunan di wilayah Jawa Barat serta peramalan curah huja di beberapa wilayah di Jawab Barat dan lain-

lain. Model GSTAR yang bersifat stasioner dapat dikembangkan menjadi model GSTAR-X dengan penambahan variabel eksogen, atau menjadi model non-stasioner GSTARI maupun model GSTAR-ARCH serta GSTAR-Kriging. Untuk penaksiran parameter model GSTAR dibangun perangkat lunak yang interaktif melalui script dari perangkat lunak R yang bersifat *open source* menggunakan metode Ordinary Least Squares (OLS). Model Spatio Temporal khususnya model GSTAR diharapkan dapat memberikan rekomendasi bagi pihak terkait dalam pengambilan keputusan sesuai bidang kajian yang dibahas.

Kata kunci: model spatio temporal, GSTAR, GSTAR-X, GSTARI,GSTAR-ARCH, GSTARKriging, OLS

PENDAHULUAN

Model Spatio Temporal atau Model Space Time merupakan contoh proses stokastik, yaitu barisan variabel acak yang diberi indeks spasial (lokasi) dan time (waktu). Model spatio temporal adalah gabungan model spasial dan model time series Box-Jenkins. Salah satu model time series Box-Jenkins (1976) yang sering digunakan adalah model autoregresif (AR). Model time series univariat AR orde 1, disingkat AR(1) menyatakan bahwa pengamatan hari ini hanya dipengaruhi pengamatan kemarin dan unsur galat hari ini. Model time series univariat AR(1) jika dikembangkan ke dalam model bivariat, dinamakan model vektor AR (1) disingkat VAR(1) (Hannan, 1970) yang selanjutnya dikembangkan oleh Wei (1990). Dalam model bivariat VAR(1) dipelajari interaksi pengamatan antara dua lokasi.

Model spatio temporal dikembangkan oleh Cliff-Ord (1975) dari model VAR(1), dinamakan model Space Time Autoregresi orde 1, STAR(1;1) dengan melibatkan korelasi antar lokasi melalui matriks bobot **W**. Model ini dikembangkan lebih jauh oleh Pfeifer (1979). Bobot lokasi yang digunakan Pfeifer masih terbatas pada bobot seragam. Kelemahan model STAR(1;1) dari Pfeifer adalah asumsi parameter autoregresi dan parameter spatio temporal dalam model berlaku sama untuk semua lokasi, sehingga model ini hanya berlaku untuk lokasi-lokasi yang homogen.

Ruchjana (2002) mengembangkan model STAR(1;1) menjadi model Generalisasi STAR orde 1, disingkat GSTAR(1;1) dengan memilih asumsi parameter autoregresi dan parameter spatio temporal berbeda untuk setiap lokasi, sehingga model GSTAR(1;1) berlaku untuk lokasi-lokasi dengan karakteristik yang heterogen. Misalnya karakteristik sumur-sumur minyak bumi di lapisan volkanik Jatibarang. Model GSTAR(1;1) ini juga masih memiliki kelemahan, yaitu hanya dapat memprakirakan pengamatan di lokasi yang tersampel. Oleh karena itu, Ruchjana-Darwis (2004) mengembangkan model GSTAR-Kriging untuk memprakirakan pengamatan di lokasi yang tidak tersampel. Melalui model GSTAR-Kriging taksiran parameter OLS dari model GSTAR(1;1) digunakan sebagai input untuk model Kriging. Selanjutnya dari taksiran bobot kriging dapat dilakukan simulasi agar diperoleh prakiraan di lokasi yang tidak tersampel.

KAJIAN LITERATUR

2.1. Model Autoregresi Orde 1, AR(1)

Proses stokastik $\{Z(t),\ t \in T\}$ adalah himpunan variabel acak, dengan T adalah himpunan indeks (Wei [26, p. 6]). Indeks t diinterpretasikan sebagai waktu (time) dan $Z(t)$

dinamakan proses pada waktu t. Studi berkaitan dengan $\{Z(t), t \in T$ diskrit$\}$ dikenal sebagai model time series. Salah satu tujuan analisis time series adalah untuk prakiraan pengamatan di waktu mendatang.Model Autoregresi Moving Average orde (p,q), ARMA(p,q) merupakan model time series skalar stasioner dari Box-Jenkins (1976) yang sering digunakan untuk menggambarkan pengaruh pengamatan dan galat waktu sebelumnya serta galat waktu sekarang. Model ARMA(1;1) dituliskan sebagai:

$$Z(t) = \phi(1)\, Z(t-1) - \theta(1)\, e(t-1) + e(t) \qquad (2.1)$$

Model AR(1) merupakan model time series univariat paling sederhana, karena menyatakan pengamatan waktu sekarang dipengaruhi pengamatan satu waktu sebelumnya dan unsur galat. Model AR(1) dituliskan sebagai:

$$Z(t) = \phi(1)\, Z(t-1) + e(t), \qquad (2.2)$$

$$e(t) \overset{iid}{\sim} \mathrm{N}(0,\sigma^2)$$

Dalam persamaan (2.2) diasumsikan $\mathrm{E}[Z(t)] = 0$, walaupun dalam praktek seringkali $\mathrm{E}[Z(t)] \neq 0$. Oleh karena itu, persamaan (2.2) dapat dituliskan dengan:

$$\tilde{Z}(t) = \phi \tilde{Z}(t-1) + e(t)\,, \quad e(t) \overset{iid}{\sim} \mathrm{N}(0,\sigma^2)$$

$$\tilde{Z}(t) = Z(t) - \mathrm{E}[Z(t)]$$

Dengan operator backshift $B^j\, Z(t) = Z(t-j)$, model AR(1) dapat dinyatakan dengan:

$$(1-\phi B)\, Z(t) = e(t),\ t \in \mathbf{N} \qquad (2.3)$$

Berdasarkan sifat identitas operator backshift:

$$(1-\phi B)\,(1-\phi B)^{-1} = 1, \quad \text{dan}$$

$$(1-\phi B)^{-1} = \lim_{k\to\infty} (1 + \phi B + \phi^2 B^2 + \ldots)$$

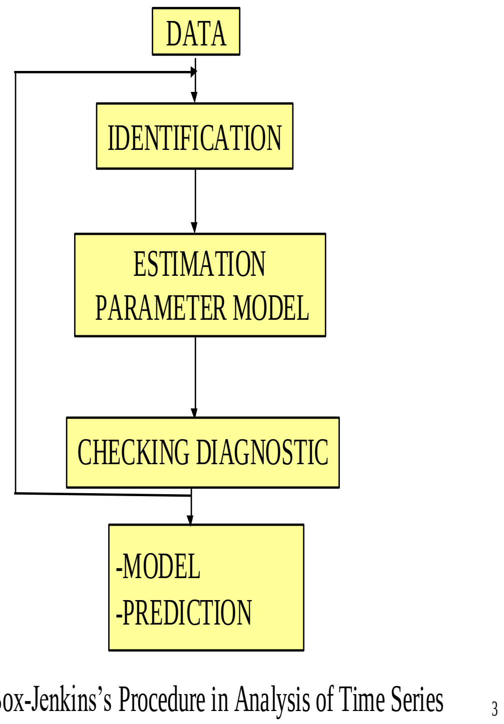
model AR(1) dinyatakan sebagai:

$$(1-\phi B)(1-\phi B)^{-1} Z(t) = (1-\phi B)^{-1} \mathrm{e}(t) = (1+\phi B+\phi^2 B^2+\ldots)\mathrm{e}(t)$$

$$Z(t) = \mathrm{e}(t) + \phi\, \mathrm{e}(t-1) + \phi^2 \mathrm{e}(t-2) + \ldots$$

$$Z(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j e(t-j) \qquad (2.4)$$

Pesamaan 2.4 di atas menyatakan model MA(∞). Dengan demikian model AR(1) dapat dinyatakan dalam model MA(∞) dan sebaliknya (Wei, 1990). Untuk memilih model time series yang sesuai dengan fenomena data, Box-Jenkins (1976) memberikan diagram alur berupa 3 tahap pemilihan model time series stasioner: identifikasi, penaksiran, dan validasi model.



Gambar 1. Prosedur Tiga Tahap Box-Jenkins (1976)

2.2 Model Vektor Autoregresi Orde 1, VAR(1)

Hannan (1970) mengembangkan model time series *N* variat vektor ARMA, VARMA (*p*,*q*) dengan *p* orde AR dan *q* orde MA. Model bivariat VARMA(1;1) dinyatakan:

$$\mathbf{z}_{(2x1)}(t) = \Phi(1)_{(2x2)}\mathbf{z}_{(2x1)}(t-1) + \Theta(1)_{(2x2)}\mathbf{e}_{(2x1)}(t-1) + \mathbf{e}(t) \qquad (2.5)$$

dengan $\mathbf{e}(\mathrm{t}) \overset{iid}{\sim} N(\mathbf{0},\sigma^2\mathbf{I}_N)$ dan E[$\mathbf{z}$(t)] = $\mathbf{0}$.

Model VAR orde 1 merupakan bagian model VARMA(1;1) yang lebih sederhana, karena pengaruh galat satu waktu sebelumnya ditiadakan. Model bivariat VAR(1) dinyatakan sebagai:

$$\mathbf{z}_{(2x1)}(t) = \Phi_{(2x2)}\mathbf{z}_{(2x1)}(t-1) + \mathbf{e}_{(2x1)}(t) \tag{2.6}$$

atau dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11}z_1(t-1) + \phi_{12}z_2(t-1) + e_1(t) \\ \phi_{21}z_1(t-1) + \phi_{22}z_2(t-1) + e_2(t) \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

dengan $\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{pmatrix}$, $\Phi_{(2x2)} = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}(t) \overset{iid}{\sim} (\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}_2)$.

2.3 Model *Space Time Autoregressive* Orde 1, STAR(1;1)

Gabungan data time series t = 1, 2,…, T dengan data spasial di lokasi $\mathbf{s}_1$, $\mathbf{s}_2$,…,$\mathbf{s}_N$ secara simultan membentuk pengamatan geografis dengan $\mathbf{s}$ menyatakan posisi lokasi di daerah $\mathbf{D}$ dalam ruang dimensi 2. Model Space Time Autoregresi Moving Average (STARMA) merupakan pengembangan model time series ARMA Box-Jenkins dengan menambahkan karakteristik lokasi melalui matriks bobot. Cliff dan Ord (1975) meneliti proses ARMA untuk beberapa lokasi yang dituliskan:

$$\mathbf{z} = \phi\mathbf{W}\mathbf{z} + \theta\mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{e} \tag{2.8}$$

dengan $\mathbf{z}$ vektor pengamatan, ϕ dan θ adalah parameter AR dan MA sedangkan $\mathbf{W}$ dan $\mathbf{A}$ adalah matriks bobot serta $\mathbf{e}$ vektor galat. Jika $\theta = 0$ pada 4.1, maka proses yang terjadi adalah proses autoregresi dan modelnya dinamakan model spatio temporal yang selanjutnya dinamakan model Spatio temporal Autoregresi disingkat STAR. Model STAR (1; p) dari Clif dan Ord dimulai dengan AR(0) dinyatakan:

$$\mathbf{z}(t) = \phi_0\mathbf{W}^{(0)}\mathbf{z}(t) + \phi_1\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{z}(t-1) + \cdots + \phi_p\mathbf{W}^{(p)}\mathbf{z}(t-p) + \mathbf{e}(t) \tag{2.9}$$

dengan:

$\mathbf{z}(t)$: vektor pengamatan ($Nx1$) dari N lokasi pada waktu t

$\mathbf{W}$: matriks bobot (NxN) lag spasial

t : waktu pengamatan $1, 2, \ldots, T$

i : banyaknya lokasi pengamatan ($1, \ldots, N$)

$\phi_1, \ldots, \phi_p$: parameter model

dan vektor galat $\mathbf{e}(t) \overset{iid}{\sim} \mathrm{N}(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}_N)$

Pfeifer (1979) memperbaiki model STAR dari Cliff dan Ord dengan menggunakan AR mulai orde 1 dan membangun model spatio temporal berdasarkan prosedur 3 tahap Box-Jenkins. Untuk suatu lokasi tertentu, realisasi model STAR(1;1) orde 1 dalam lokasi dan waktu dinyatakan:

$$\mathbf{z}_{(Nx1)}(t) = \phi_{10}\mathbf{z}_{(Nx1)}(t-1) + \phi_{11}\mathbf{W}_{(NxN)}\mathbf{z}_{(Nx1)}(t) + \mathbf{e}(t) \qquad (2.10)$$

dengan menggunakan operator lag spasial , persamaan (2.10) dapat dituliskan:

$$\begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \cdots \\ z_N(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1(t-1) & L^{(1)}z_1(t-1) \\ z_2(t-1) & L^{(1)}z_2(t-1) \\ \vdots & \vdots \\ z_N(t-1) & L^{(1)}z_N(t-1) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \phi_{10} \\ \phi_{11} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \cdots \\ e_N(t) \end{pmatrix}$$

atau juga dapat dinyatakan sebagai model VAR(1) seperti persamaan (2.6):

$$\mathbf{z}(t) = [\phi_{10}\mathbf{I} + \phi_{11}\mathbf{W}]\mathbf{z}(t-1) + \mathbf{e}(t)$$

$$\mathbf{z}(t) = \Phi\mathbf{z}(t-1) + \mathbf{e}(t) \qquad (2.11)$$

dengan $\Phi = [\phi_{10}\mathbf{I} + \phi_{11}\mathbf{W}]$.

Penulisan model STAR(1;1) pada bentuk VAR(1) digunakan untuk memeriksa syarat kestasioneran model. Model STAR mengasumsikan parameter model tidak tergantung pada lokasi, sehingga sesuai untuk lokasi-lokasi dengan karakteristik homogen.

2.4 Model *Generalized Space Time Autoregressive* Orde 1, GSTAR(1;1)

Ruchjana (2002) mengembangkan model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) berdasarkan model *Space Time Autoregressive* (STAR) dari Pfeifer (1979). Model GSTAR merupakan pengembangan model time series dari Box-Jenkins (1976) dan model vektor time series dari Hannan (1970) untuk beberapa lokasi secara simultan dengan memasukkan karakteristik lokasi dalam model. Model GSTAR(1;1) dibangun berdasarkan fakta bahwa parameter-parameter model berupa parameter autoregresi dan parameter space time merupakan fungsi lokasi: $\phi_{10}^{(i)}$ dan $\phi_{11}^{(i)}$. Model GSTAR(1;1) dinyatakan:

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_{(Nx1)}(t) &= \Phi_{10(NxN)}\mathbf{z}_{(Nx1)}(t-1) + \Phi_{11(NxN)}\mathbf{W}^{(1)}{}_{(NxN)}{}^{(1)}\mathbf{z}_{(Nx1)}(t-1) + \mathbf{e}_{(Nx1)}(t) \\ &= diag(\phi_{10}^{(1)},\cdots,\phi_{10}^{(N)})\mathbf{z}(t-1) + diag(\phi_{11}^{(1)},\cdots,\phi_{11}^{(N)})\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{z}(t-1) + \mathbf{e}(t)\end{aligned} \qquad (2.12)$$

dengan:

$diag(\phi_{10}^{(1)},\cdots,\phi_{10}^{(N)})$: matriks diagonal parameter autoregresi lag time 1

$diag(\phi_{11}^{(1)},\cdots,\phi_{11}^{(N)})$: matriks diagonal parameter space-time lag spasial 1 dan lag time 1

$\mathbf{e}(t) \overset{iid}{\sim} \mathrm{N}(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}_N)$

Untuk $i=1,2,\ldots,N$ setiap waktu t, (2.12) dapat dituliskan:

$$\begin{pmatrix} z_1(t) \\ \vdots \\ z_N(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_{10}^{(1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \varphi_{10}^{(N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t-1) \\ \vdots \\ z_N(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varphi_{11}^{(1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \varphi_{11}^{(N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & \cdots & w_{1N}^{(1)} \\ \vdots & & \vdots \\ w_{N1}^{(1)} & \cdots & w_{NN}(1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t-1) \\ \vdots \\ z_N(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ \vdots \\ e_N(t) \end{pmatrix} \tag{2.13}$$

Dengan menggunakan operator backshift B^j $\mathbf{z}(t)$ = $\mathbf{z}(t\text{-}j)$ seperti pada model time series univariat, maka model GSTAR(1;1), ditulis dalam VAR(1). Representasi model linier GSTAR (1;1) dituliskan:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{e} \tag{2.14}$$

Untuk lokasi $i \in \{1,2,\ldots,N\}$, pengamatan GSTAR (1;1)) pada waktu t dinyatakan:

$$z_i(t) = \phi_{10}^{(i)} z_i(t-1) + \phi_{11}^{(i)} \sum_{j \neq i} w_{ij} z_j(t-1) + e_i(t) \tag{2.15}$$

Persamaan (2.14) untuk t=2,3,…,T memberikan model linier lokasi i :

$$\mathbf{y}^{(i)} = \mathbf{X}^{(i)}\vec{\beta}^{(i)} + \mathbf{e}^{(i)} \tag{2.16}$$

Dalam (2.16) N model linier dihubungkan melalui variabel penjelas $(\tilde{z}_i(t-1))$. Regresi simultan untuk semua lokasi dinyatakan dengan:

$$\begin{bmatrix} z(2) \\ z(3) \\ \vdots \\ \mathbf{z}(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{diag}[\mathbf{z}(1)] & \mathrm{diag}[\tilde{\mathbf{z}}(1)] \\ \mathrm{diag}[\mathbf{z}(2)] & \mathrm{diag}[\tilde{\mathbf{z}}(2)] \\ \vdots & \\ \mathrm{diag}[\mathbf{z}(T-1)] & \mathrm{diag}[\tilde{\mathbf{z}}(T-1)] \end{bmatrix} x\, \bar{\beta} + \begin{bmatrix} e(2) \\ e(3) \\ \vdots \\ \mathbf{e}(T) \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

Pada persamaan (2.17), diag[**z**] menyatakan matriks dengan elemen-elemen diagonal berupa vektor **z** dan vektor parameter adalah:

$$\vec{\beta} = (\phi_{10}^{(1)}, \phi_{10}^{(2)}, \cdots, \phi_{10}^{(N)};\ \phi_{11}^{(1)}, \phi_{11}^{(2)}, \cdots, \phi_{11}^{(N)})'.$$

Dengan menggunakan metode Ordinary Least Squares atau Metode Kuadrat terkecil, diperoleh taksiran parameter $\vec{\beta}$ yang diberikan oleh persamaan:

$$\hat{\vec{\beta}} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'y} \tag{2.18}$$

dengan **y** adalah **z**(t) dan **X** = [diag[**z**(t-1)] diag[$\tilde{\mathbf{z}}(t-1)$]]. Borovkova, Lopuhaa dan Ruchjana (2008) telah membuktikan bahwa penaksir OLS untuk parameter model GSTAR bersifat tak bias, konsisten dan memenuhi asimptotik normal.

2.5 Model *Generalized Space Time Autoregressive Integrated* (GSTARI)

Menurut Hanin (2014) model STAR dan GSTAR memiliki beberapa kelemahan yang membuat model kurang sesuai apabila digunakan untuk data yang tidak stasioner, maka selanjutnya digunakan model GSTARI merupakan perluasan dari model GSTAR pada data tidak stasioner dalam rata-rata, sehingga ketika datanya tidak stasioner, maka dilakukan proses *differencing* sampai data tersebut menjadi stasioner. Dalam notasi matriks, model GSTARI (p; λ_1,..., λ_k; d) dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y(t) = \sum_{k=1}^{p}\sum_{l=0}^{\lambda_k}\left[\Phi_{kl}W^{(l)}Y(t-k)\right] + e(t) \tag{2.19}$$

dengan,

$Y(t) = Z(t) - Z(t-1)$; $Y(t-k) = Z(t-k) - Z(t-k-1)$

n : banyaknya lokasi pengamatan yaitu i = 1,2,…,n

λ_k : orde spasial dari bentuk autoregresif orde ke-k

$Z(t)$: vektor acak berukuran (n x 1) pada waktu t

$Z(t-k)$: vektor acak berukuran (n x 1) pada waktu (t-k)

Φ_{kl} : *diag* ($\phi_{kl}^{(1)}$,..., $\phi_{kl}^{(1)}$) yaitu matriks diagonal parameter *autoregressive* pada lag waktu k dan lag spasial l berukuran (n x n)

$\mathrm{W}^{(l)}$: matriks bobot berukuran (n x n) pada lag spasial l (dimana l = 0,1,…) dimana pembobot tersebut dipilih untuk w_{ii} =0 dan $\sum_{i\neq j} w_{ij}$

$e^{(i)}(t)$: vektor galat berukuran (n x 1) pada waktu t, dengan asumsi bahwa $\mathbf{e}(t) \overset{iid}{\sim} \mathrm{N}(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}_N)$

2.6 Model *Generalized Space Time Autoregressive Integrated With Exogenous Variables* (GSTARI-X)

Model GSTARI-X merupakan perluasan dari model GSTARI dengan melibatkan variabel eksogen (X) dalam model, sehingga tidak hanya dipengaruhi variabel itu sendiri pada periode waktu sebelumnya dan faktor lokasi tetapi juga dipengaruhi oleh variabel eksogen (X). Dalam notasi bentuk matriks, persamaan untuk model GSTARI-X (p; λ_1,..., λ_k; d; s) dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y(t)=\sum_{k=1}^{p}\sum_{l=0}^{\lambda_k}\left[\Phi_{kl}W^{(l)}Y(t-k)\right]+\Upsilon_1 X(t)+...+\Upsilon_s X(t-s+1)+e(t) \qquad ...(2.3)$$

dengan,

$Y(t)=Z(t)-Z(t-1)$; $Y(t-k)=Z(t-k)-Z(t-k-1)$

n : banyaknya lokasi pengamatan yaitu i = 1,2,…,n

λ_k : orde spasial dari bentuk autoregresif orde ke-k

$Z(t)$: vektor acak berukuran (n x 1) pada waktu t

$Z(t-k)$: vektor acak berukuran (n x 1) pada waktu (t-k)

$X(t)$: vektor variabel eksogen orde ke-1 berukuran (n x 1) pada waktu t

$X(t-s+1)$: vektor variabel eksogen orde ke-s berukuran (n x 1) pada waktu (t-s+1)

Φ_{kl} : *diag* ($\phi_{kl}^{(1)}$,..., $\phi_{kl}^{(1)}$) yaitu matriks diagonal parameter *autoregressive* pada lag waktu k dan lag spasial l berukuran (n x n)

Υ_{kl} : *diag* ($\gamma_s^{(1)}$,..., $\gamma_s^{(n)}$) yaitu matriks diagonal variabel eksogen orde ke-s berukuran (n x n)

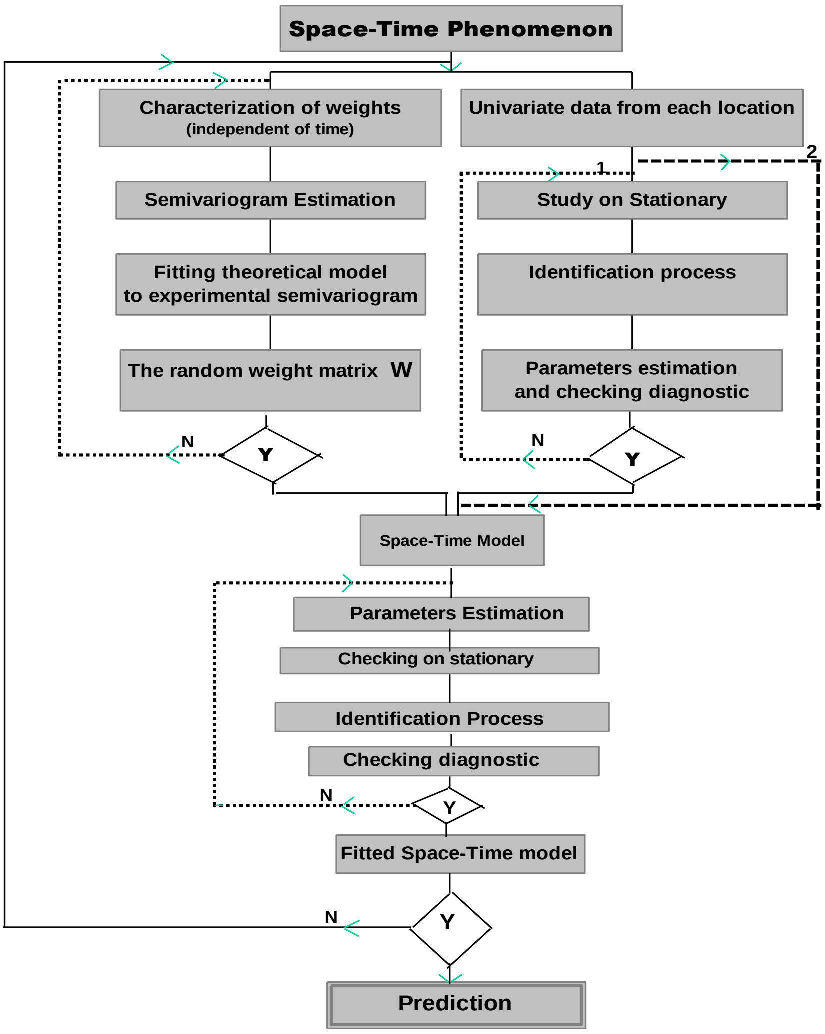
$W^{(l)}$: matriks bobot berukuran (n x n) pada lag spasial l (dimana l = 0,1,…) dimana pembobot tersebut dipilih untuk w_{ii} =0 dan $\sum_{i\neq j} w_{ij}$

$e(t)$: vektor galat berukuran (n x 1) pada waktu t, dengan asumsi bahwa $\mathbf{e}(t) \overset{iid}{\sim} N(\mathbf{0},\ \sigma^2\mathbf{I}_N)$

Pada dasarnya model GSTARI-X merupakan perluasan dari model GSTAR, sehingga dalam penaksiran model GSTAR, Ruchjana dan Borovkova (2008) menjelaskan parameter model GSTAR dapat diestimasi dengan menggunakan *Ordinary Least Square* (OLS), pendekatan metoda OLS tersebut dapat juga digunakan dalam penaksiran parameter model GSTAR yang melibatkan variabel eksogen (X)

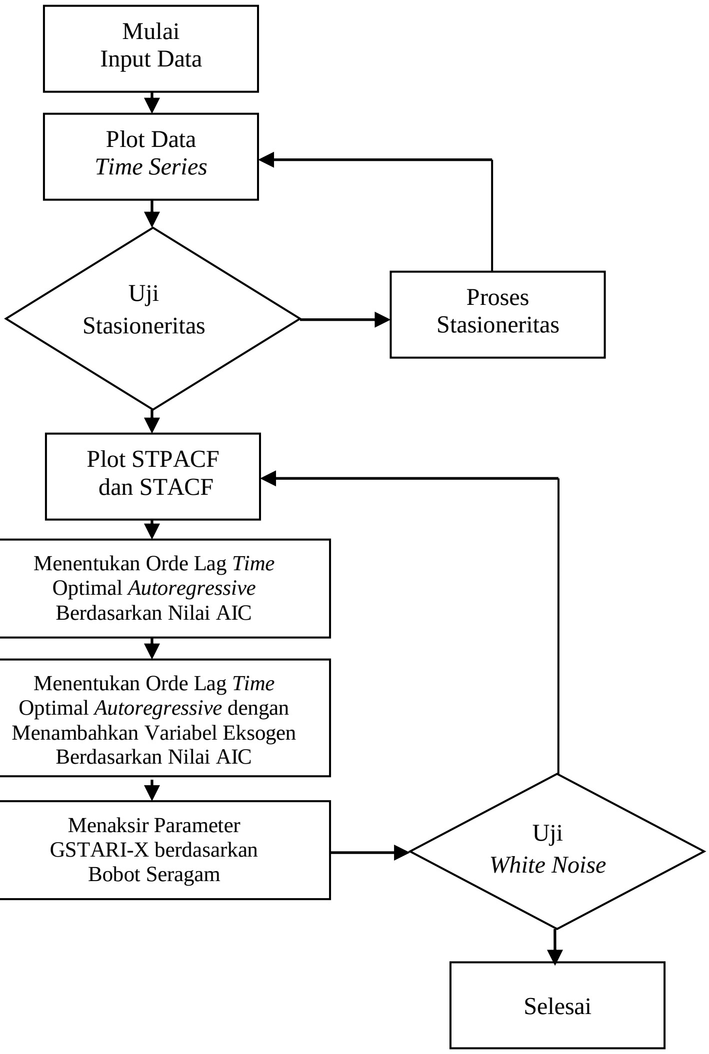
3. Metodologi Penelitian

Metode penelitian dalam pengembangan model spatio temporal menggunakan pendekatan tiga tahap dari Box-Jenkins (1976) seperti pada Gambar 3.1. Prosedur tiga tahap tersebut dikembangkan untuk model spatio temporal seperti digambarkan pada Gambar 3.1.



Gambar 2. Pengembangan Prosedur Tiga Tahap Box-Jenkins
untuk Model Spatio Temporal

Sedangkan diagram alur Pemodelan GSTARI-X disajikan pada Gambar 3.2 sebagai berikut:

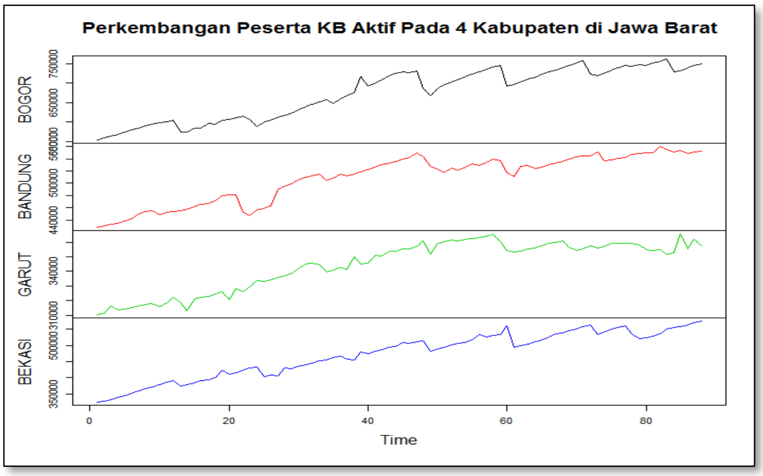


Gambar 3. Diagram Alur Pemodelan GSTAR-X

4. Studi Kasus Aplikasi Model Spatio Temporal

4.1 Model GSTARI-X untuk Data Banyaknya Peserta KB Aktif di Jawa Barat

Elfiyan (2015) menerapkan model GSTARI-X untuk peramalan banyaknya peserta KB aktif di 4 kabupaten/kota Provinsi Jawa Barat yang diamati selama Januari 2008 sampai dengan April 2015 dengan pembahasan berikut ini.



Sumber : Statistik Rutin BKKBN Januari 2008 s.d April 2015

Gambar 4. Grafik Perkembangan Peserta KB Aktif pada 4 Kabupaten di Provinsi Jawa Barat

Berdasarkan grafik perkembangan peserta KB aktif dari Januari 2008 sampai dengan April 2015 terlihat bahwa pergerakan di empat kabupaten Jawa Barat cenderung membentuk pola tren naik. Jumlah peserta KB aktif tertinggi terdapat di Kabupaten Bogor pada November 2014 yaitu sebanyak 762.431 peserta sedangkan jumlah peserta KB aktif terrendah terdapat di Kabupaten Garut pada Januari 2008 yaitu sebanyak 310.195 peserta. Identifikasi awal dengan melihat keterkaitan antar jumlah peserta KB aktif di empat kabupaten Jawa Barat dengan menghitung korelasi *Pearson* antar kabupaten, dengan hasil perhitungan nilai korelasi antar kabupaten dapat dijelaskan dalam Tabel 4.1 sebagai berikut :

Tabel 1. Nilai Korelasi jumlah Peserta KB Aktif antar Kabupaten

	Bogor	**Bandung**	**Garut**	**Bekasi**
Bogor	1	0,9618142	0,9574164	0,9366953
Bandung	0,9618142	1	0,9492441	0,9436349
Garut	0,9574164	0,9492441	1	0,9410436
Bekasi	0,9366953	0,9436349	0,9410436	1

Berdasarkan Tabel 4.1 di atas terlihat bahwa data jumlah peserta KB aktif antar kabupaten di Jawa Barat saling berkorelasi, dengan memiliki nilai korelasi antar kabupaten lebih besar dari 0,9 sehingga dikategorikan korelasi yang sangat kuat.

4.1.1 Uji Kestasioneran Data dalam Rata-Rata

Dalam melakukan pengujian kestasioneran dalam rata-rata dapat menggunakan uji *unit root Augment Dickey Fuller* (ADF). Hasil Uji ADF dijelaskan pada Tabel 4.2 sebagai berikut :

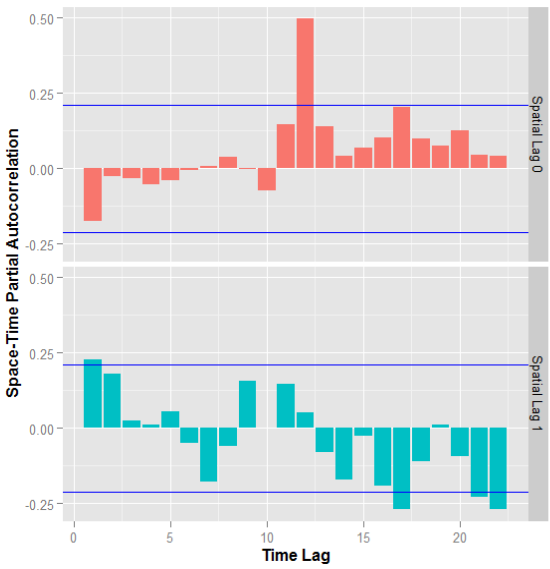
Tabel 2. Hasil Pengujian Stasioneritas dalam Rata-Rata

Kabupaten	ADF	P-Value
Bogor	-2,009	0,5724
Bekasi	-2,7032	0,2869
Bandung	-2,2823	0,460
Garut	-0,87579	0,9515

Berdasarkan Tabel 4.2 di atas terlihat bahwa untuk data jumlah peserta KB aktif di empat kabupaten tersebut, diperoleh nilai *p-value* yang besar dari α=0,05 maka diputuskan untuk menerima H_0, sehingga dapat disimpulkan bahwa data mengandung unit root atau data tidak stasioner dalam rata-rata. Dengan demikian bahwa sebelum melanjutkan pada tahap selanjutnya dilakukan *differencing* terlebih dahulu.

4.1.2 Identifikasi Model dengan Plot *Space Time Autocorrelation Function* (STPACF)

Plot STPACF digunakan untuk menentukan orde lag *time* dan orde lag spasialnya. Plot STPACF dari keempat kabupaten di Provinsi Jawa Barat untuk mengidentifikasi model *space time* dengan menggunakan data hasil *differencing* dapat terlihat jelas dengan hasil sebagai berikut:



	Spatial Lag 0	Spatial Lag 1
[1,]	-0.174909742	**0.226470511**
[2,]	-0.023941660	0.178872248
[3,]	-0.031934234	0.024127209
[4,]	-0.052281261	0.015229572
[5,]	-0.038478631	0.056346101
[6,]	-0.006181939	-0.050051610
[7,]	0.007934851	-0.179276771
[8,]	0.039915832	-0.061362183
[9,]	-0.003681158	0.158061010
[10,]	-0.072635868	0.002059848
[11,]	0.146371074	0.144091611
[12,]	0.498482064	0.054266625
[13,]	0.140549303	-0.080124538
[14,]	0.042257142	-0.168842203
[15,]	0.067515462	-0.022803607
[16,]	0.100828558	-0.193393105
[17,]	0.205273391	**-0.273630278**
[18,]	0.098661335	-0.107992448
[19,]	0.074205794	0.011963980
[20,]	0.126269150	-0.094920662
[21,]	0.044602252	**-0.232288743**
[22,]	0.043840621	**-0.270983635**

Gambar 5. Plot STPACF

Berdasarkan Plot STPACF di atas kemungkinan dipilih orde lag spasial adalah satu (λ_p=1) karena keempat kabupaten berada dalam satu provinsi, kemudian orde lag *time Autoregressive* (AR) terdapat beberapa kemungkinan orde yaitu orde ke-1, ke-17, ke-21 dan ke- 22.

4.1.3 Pemilihan Orde *Time* Optimal dengan *Akaike Information Criterion* (AIC)

Setelah data dilakukan *differencing* dan menjadi stasioner, langkah pertama yaitu menentukan orde optimal melalui pendekatan VAR dengan nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC) dari data yang telah stasioner. Nilai AIC yang dilihat adalah nilai AIC yang terkecil. Nilai AIC ditampilkan dalam Tabel 4.3 sebagai berikut:

Tabel 3. Nilai AIC dari Pendekatan Model VAR

The VARMA Procedure
Minimum Information Criterion

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	71.615414	71.568425	71.860695	72.105754	72.423464	72.953163
AR 1	**71.294153**	71.759465	72.104786	72.441823	72.938158	73.516965
AR 2	71.618046	72.109766	72.522169	72.970032	73.442855	74.10118
AR 3	71.939602	72.521165	72.993381	73.595335	74.178487	74.938307
AR 4	72.362707	72.938216	73.520811	74.244763	74.961262	75.728443
AR 5	72.944992	73.583353	74.274648	75.061297	75.850727	76.725855

Berdasarkan nilai AIC terkecil pada Tabel 4.3 di atas, berada pada AR(1) dan MA(0) dengan sebelumnya diketahui λ_p=1, sehingga model GSTARI yang terbentuk adalah GSTARI (1;1). Selanjutnya tahapan identifikasi model GSTARI-X untuk orde AR dengan variabel X sama dengan model VAR-X, dimana penetapan orde optimal AR dengan variabel X ditentukan berdasarkan AIC terkecil dengan menyertakan variabel X pada saat pendekatan model VAR dilakukan, sehingga didapatkan tabel 3.4 sebagai berikut:

Tabel 4. Nilai AIC dari Pendekatan Model VAR-X

The VARMAX Procedure
Minimum Information Criterion

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	71.857925	71.865294	72.196114	72.555697	72.935032	73.418855
AR 1	**71.556453**	72.123183	72.485621	72.925426	73.419052	73.956351
AR 2	71.888169	72.500275	72.953931	73.466567	73.929247	74.60828
AR 3	72.300671	72.993339	73.488751	74.162493	74.754406	75.520747
AR 4	72.787637	73.446601	74.009433	74.808288	75.646234	76.450151
AR 5	73.410197	74.014859	74.740003	75.660361	76.680094	77.523426

Berdasarkan nilai AIC terkecil pada Tabel 4.4 di atas, berada pada AR (1) dan MA(0) dengan sebelumnya diketahui p=1 dan λ_p=1, sehingga model GSTARI-X yang terbentuk adalah GSTARI (1;1;1).

4.1.4 Penaksiran Parameter Model GSTARI-X

Model GSTARI-X merupakan bentuk khusus dari VAR-X dengan melibatkan unsur spasial. Estimasi parameter model GSTARI-X(1,1,1) dengan metoda *Ordinary Least Square* (OLS) berdasarkan bobot seragam, dimana dalam penaksiran parameter model GSTARI-X(1,1,1) menghasilkan 12 parameter dengan hasil sebagai berikut:

Tabel 5. Estimasi Parameter Model GSTARI-X(1,1,1)

LOKASI	PARAMETER	ESTIMASI
BOGOR	$\phi_{10}{}^{(1)}$	-0,0035
	$\phi_{11}^{(1)}$	-0,0721
	$\gamma_{1}^{(1)}$	0,1252
BEKASI	$\phi_{10}^{(2)}$	-0,2254
	$\phi_{11}^{(2)}$	1,1101
	$\gamma_{1}^{(2)}$	0,2184
BANDUNG	$\phi_{10}^{(3)}$	0,1121
	$\phi_{11}^{(3)}$	0,0082
	$\gamma_{1}^{(3)}$	0,0596
GARUT	$\phi_{10}^{(4)}$	-0,3812
	$\phi_{11}^{(4)}$	-0,0057
	$\gamma_{1}^{(4)}$	0,0395

Berdasarkan parameter-parameter tersebut, maka dapat dibentuk persamaan matriks model GSTARX(1,1,1) sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \\ Y_3(t) \\ Y_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0035 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,2254 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1121 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,3812 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t-1) \\ Y_2(t-1) \\ Y_3(t-1) \\ Y_4(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0721 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,1101 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0082 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0057 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t-1) \\ Y_2(t-1) \\ Y_3(t-1) \\ Y_4(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,1252 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2184 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0596 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0395 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \\ X_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ e_4(t) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Berdasarkan persamaan matriks (4.1) di atas kemudian dapat diuraikan menjadi persamaan matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \\ Y_3(t) \\ Y_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0035Y_1(t-1) \\ -0,2254Y_2(t-1) \\ 0,1121Y_3(t-1) \\ -0,3812Y_4(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0721\{(1/3)Y_2(t-1)+(1/3)Y_3t-1)+(1/3)Y_4(t-1)\} \\ 1,1101\{(1/3)Y_1(t-1)+(1/3)Y_3(t-1)+(1/3)Y_4(t-1)\} \\ 0,0082\{(1/3)Y_1(t-1)+w(1/3)Y_2(t-1)+(1/3)Y_4(t-1)\} \\ -0,0057\{(1/3)Y_1(t-1)+(1/3)Y_2(t-1)+(1/3)Y_3(t-1)\} \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} 0,1252X_1(t) \\ 0,2184X_2(t) \\ 0,0596X_3(t) \\ 0,0395X_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ e_4(t) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Dari persamaan matriks (4.2) di atas dapat dijabarkan model GSTARI-X untuk masing-masing lokasi, yaitu Kabupaten Bogor, kabupaten Bekasi, Kabupaten Bandung dan Kabupaten Garut dengan persamaan GSTARX(1,1,1) untuk keempat lokasi tersebut sebagai berikut :

1. Kabupaten Bogor

$Y_1(t) = -0,0035Y_1(t-1) - 0,024Y_2(t-1) - 0,024Y_3(t-1) - 0,024Y_4(t-1) + 0,1252X_1(t)$ karena $Y_i(t) = Z_i(t) - Z_i(t-1)$, maka persamaan di atas menjadi :

$$Z_1(t) - Z_1(t-1) = -0,0035\left[Z_1(t-1) - Z_1(t-2)\right] - 0,024\left[Z_2(t-1) - Z_2(t-2)\right] - 0,024\left[Z_3(t-1) - Z_3(t-2)\right]$$
$$-0,024\left[Z_4(t-1) - Z_4(t-2)\right] + 0,1252X_1(t)$$

$$Z_1(t) = 0,9965Z_1(t-1) + 0,0035Z_1(t-2) - 0,024Z_2(t-1) + 0,024Z_2(t-2) - 0,024Z_3(t-1) +$$
$$+0,0524Z_3(t-2) - 0,024Z_4(t-1) + 0,024Z_4(t-2) + 0,1252X_1(t)$$

2. Kabupaten Bekasi

$Y_2(t) = -0,2254Y_2(t-1) + 0,370Y_1(t-1) + 0,370Y_3(t-1) + 0,370Y_4(t-1) + 0,2184X_2(t)$ karena $Y_i(t) = Z_i(t) - Z_i(t-1)$, maka persamaan di atas menjadi :

$$Z_2(t) - Z_2(t-1) = -0,2254\left[Z_2(t-1) - Z_2(t-2)\right] + 0,370\left[Z_1(t-1) - Z_1(t-2)\right] + 0,370\left[Z_3(t-1) - Z_3(t-2)\right]$$
$$+0,370\left[Z_4(t-1) - Z_4(t-2)\right] + 0,2184X_2(t)$$

$$Z_2(t) = 0,7746Z_2(t-1) + 0,2254Z_2(t-2) + 0,370Z_1(t-1) - 0,370Z_1(t-2) + 0,370Z_3(t-1)$$
$$-0,370Z_3(t-2) + 0,370Z_4(t-1) - 0,370Z_4(t-2) + 0,2184X_2(t)$$

3. Kabupaten Bandung

$Y_3(t) = 0,1121Y_3(t-1) + 0,00273Y_1(t-1) + 0,00273Y_2(t-1) + 0,00273Y_4(t-1) + 0,0596X_3(t)$ karena $Y_i(t) = Z_i(t) - Z_i(t-1)$, maka persamaan di atas menjadi :

$$Z_3(t) - Z_3(t-1) = 0,1121\left[Z_3(t-1) - Z_3(t-2)\right] + 0,00273\left[Z_1(t-1) - Z_1(t-2)\right] + 0,00273\left[Z_2(t-1) - Z_2(t-2)\right]$$
$$+0,00273\left[Z_4(t-1) - Z_4(t-2)\right] + 0,0596X_3(t)$$

$$Z_3(t) = 1,1121Z_3(t-1) - 0,1121Z_3(t-2) + 0,00273Z_1(t-1) - 0,00273Z_1(t-2) + 0,00273Z_2(t-1)$$
$$-0,00273Z_2(t-2) + 0,00273Z_4(t-1) - 0,00273Z_4(t-2) + 0,0596X_3(t)$$

4. Kabupaten Garut

$Y_4(t) = -0,3812Y_4(t-1) - 0,0019Y_1(t-1) - 0,0019Y_2(t-1) - 0,0019Y_3(t-1) + 0,0395X_4(t)$ karena $Y_i(t) = Z_i(t) - Z_i(t-1)$, maka persamaan di atas menjadi :

$$Z_4(t) - Z_4(t-1) = -0,3812\left[Z_4(t-1) - Z_4(t-2)\right] - 0,0019\left[Z_1(t-1) - Z_1(t-2)\right] - 0,0019\left[Z_2(t-1) - Z_2(t-2)\right]$$
$$-0,0019\left[Z_3(t-1) - Z_3(t-2)\right] + 0,0395X_4(t)$$

$$Z_4(t) = 0,6188Z_4(t-1) + 0,3812Z_4(t-2) - 0,0019Z_1(t-1) + 0,0019Z_1(t-2) - 0,0019Z_2(t-1) + 0,0019Z_2(t-2)$$
$$-0,0019Z_3(t-1) + 0,0019Z_3(t-2) + 0,0395X_4(t)$$

4.1.5 Uji Asumsi *White Noise* Residual

Setelah mendapatkan parameter dan model untuk masing-masing lokasi, maka langkah selanjutnya adalah pengujian asumsi apakah galat memenuhi asumsi *white noise.* Untuk menguji asumsi residual *white noise* digunakan uji statistik dari Ljung-Box dengan hasil sebagai berikut :

Tabel 6. Hasil Uji White Noise dengan Ljung-Box Test

Lokasi	*Chi-Square*	*p-value*	Kesimpulan
Bogor	9,4854	0,4867	*White Noise*
Bekasi	5,6166	0,8464	*White Noise*
Bandung	7,4946	0,6781	*White Noise*
Garut	6,5019	0,7715	*White Noise*

Berdasarkan Tabel 4.6 di atas bahwa semsua nilai *p-value* Ljung-Box *Test* lebih besar dari α=0,05 artinya bahwa residual dalam model telah memenuhi asumsi *white noise.*

Berdasarkan analisis dan pembahasan di atas, maka dapat diambil kesimpulan bahwa dalam perkembangan jumlah peserta KB aktif terdapat depedensi antar 4 (empat) kabupaten di provinsi Jawa Barat dan juga dipengaruhi oleh pengelola KB lini lapangan sebagai variabel eksogen dalam model. Selain itu, Model peramalan terbaik berdasarkan nilai AIC minimum dimulai dari tahap identifikasi awal dengan pendekatan VAR, kemudian tahap selanjutnya dengan melibatkan variabel eksogen (X) melalui pendekatan VARX, maka didapatkan model terbaik yaitu model GSTARI-X(1,1,1)

4.2 Model GSTAR-Kriging untuk 2 lokasi

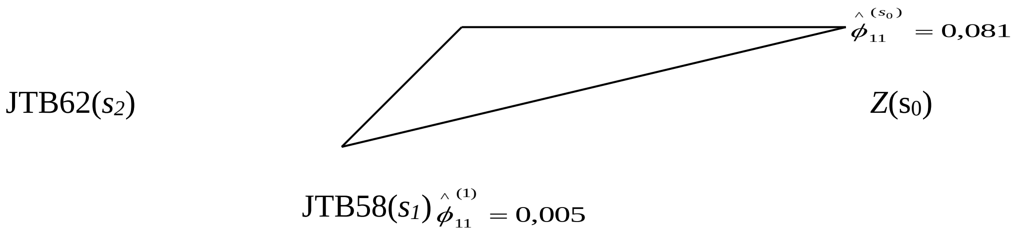
Model GSTR-Kriging dikembangkan untuk mengatasi kekurangan model GSTAR, yaitu hanya digunakan untuk peramalan di lokasi sampel. Sedangkan teknik Kriging adalah teknik interpolasi yang dapat digunakan untuk memprakirakan/meramalkan di lokasi-lokasi yang tidak tersampel.

Untuk memperoleh gambaran bagaimana model GSTAR-Kriging dapat diterapkan pada data lapangan, dilakukan simulasi untuk 2 sumur minyak bumi. Pada tahap awal simulasi dipilih parameter space-time dari model GSTAR(1;1) sebagai input kriging. Pemilihan taksiran parameter $\hat{\phi}_{11}^{(i)}$, didasarkan pada asumsi bahwa parameter tersebut merupakan parameter yang menggambarkan penga-ruh space pada kelompok 1 dalam waktu 1 beda kala. Artinya parameter tersebut mewakili parameter spatio temporal, yaitu pengaruh sumur-sumur pada kelompok 1 pada waktu satu bulan sebelumnya terhadap suatu sumur tertentu *i* pada waktu sekarang (*t*). Sedangkan para-meter $\hat{\phi}_{10}^{(i)}$ menggambarkan pengaruh waktu satu bulan sebelumnya di setiap lokasi.

Untuk studi kasus digunakan data sekunder meliputi koordinat bawah permukaan sumur-sumur JTB58, JTB62, dan JTB144 serta data produksi digunakan sebagai input dalam model GSTAR kriging. Ruchjana (2002) memberikan taksiran $\hat{\phi}_{11}^{(i)}$ GSTAR(1;1) untuk sumur JTB58 dan JTB62, yaitu 0,005 dan 0,125. Dengan memperhatikan data koordinat bawah permukaan kedua sumur yang diperoleh dari data lapangan Jatibarang, diperoleh jarak antara 2 sumur pengamatan.

Tabel 7. Koordinat Bawah Permukaan 2 Sumur Pengamatan

Sumur	**x (m)**	**y (m)**
JTB58	16003	-279
JTB62	15684	-928



Gambar 4.3 Simulasi Model GSTAR Kriging 2 Lokasi

Simulasi dilakukan menggunakan visual basic excel, untuk koordinat sumur yang dipilih sebagai sampel kriging (15700,-400) diperoleh taksiran $\hat{\phi}_{11}^{(s_0)}$ = 0,081. Nilai taksiran ini mendekati nilai $\hat{\phi}_{11}^{(s_2)}$ =0,125, karena jaraknya lebih dekat pada sumur kedua, yaitu 328,1 m dibandingkan dengan sumur pertama 528,4 m. Selanjutnya dapat diperoleh taksiran parameter GSTAR(1;1) pada lokasi-lokasi lain di sekitar kedua sumur pengamatan, dengan memasukkan input berupa koordinat bawah permukaan yang terletak pada peta lokasi. Selanjutnya penerapan model spatio temporal pada berbagai fenomena riil dalam kehidupan sehari-hari dapat dilakukan dengan menggunakan prosedur pendekatan tiga tahap Box-Jenkins seperti Gambar 3.1.

5. Kesimpulan

Model spatio temporal yang merupakan gabungan model spasial dan model time series, dapat diperluas melalui penambahan asumsi agar pengembangan model dapat digunakan sesuai fenomena data di lapangan. Penerapan model spatio temporal pada data lapangan memerlukan komputasi yang cukup panjang, sedangkan software di lapangan belum tersedia. Oleh karena itu, penulis telah membangun prototype dan program aplikasi untuk penaksiran parameter model GSTAR dengan metode OLS, dan telah mendapatkan hak cipta HKI dengan nomor 075641 dari Kemenkumham RI dan dikembangkan menjadi Penaksiran parameter model GSTARI-ARCH. Dengan program tersebut perhitungan penaksiran parameter model GSTAR dapat dilakukan dengan mudah, cepat dan akurat.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Rektor Universitas Padjadjaran yang telah memberikan dukungan dana penelitian melalui Academic Leadership Grant (ALG) tahun 2018 dengan judul ”*Pengembangan Model Spatio temporal dan Aplikasinya pada Industri, Organisasi serta Lingkungan untuk Mendukung Common Goals Jawa Barat*”. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada pimpinan PT Pertamina Jatibarang dan PTP VIII serta BKKBN Jawa Barat atas diskusi dan data yang diberikan untuk penerapan model GSTAR pada fenomena real di lapangan.

Daftar Pustaka

Armstrong, M, (1998), *Basic Linear on Geostatistics*, New York: Springer Verlag.

Borovkova, Lopuhaa, and Ruchjana, B.N., (2008), Consistency and Asymtotic Normality of Least Squares Estimators in Generalized STAR Models, *Statistica Neerlandica*, **vol. 62**, issue 4, p. 482-508.

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., (1976), *Time Series Analysis*, *Forecasting and Control,* Holden-Day, Inc., San Fransisco.

Cliff, A.D. and Ord, K., (1975), Model building and the analysis of spatial pattern in human geography, *J. Roy. Statist. Soc. B*, **Vol. 37**, p. 297-348.

Elfiyan, I. (2015). Penerapan Model GSTARI-X pada data Banyaknya Peserta KB Aktif di Jawa Barat.

Hannan, E.J. , (1970), *Multiple Time Series*, John Wiley and Sons, Inc., New York.

Hanin, T. 2014. *Pemodelan Generalized Space Time Autoregressive* (*GSTARI*) *Pada Data Curah Hujan.* Malang: Jurusan Matematika Universitas Brawijaya.

Pfeifer, P. E. , (1979), *Spatial-Dynamic Modeling*, unpublished-Dissertation, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta-Georgia

Ruchjana, B. N. (2002), *Suatu Model Generalisasi Spatio temporal Autoregresi dan Penerapannya pada Produksi Minyak Bumi*. Disertasi S3 tidak dipublikasikan, Bandung: PPs ITB.

Ruchjana, B. N. dan Darwis, S. (2005). *Oil Well Placement using the GSTAR-Kriging Model*, Open Science Meeting at Yogyakarta, Funding by KNAW the Netherlands.

Wei, W. (1990), *Time Series Univariate and Multrivariat Method.*son-Wesley Publishing Company, Inc., New

Ruchjana, B.N. dkk. (2005). Studi Pengembangan Model Spatio Temporal dan Aplikasinya Dalam Lingkungan Hidup,Pustaka Ilmiah, Universitas Padjadjaran, Bandung.